

OLIMPIADA DE MATEMATICĂ  
Etapa locală, Braşov, februarie 2010  
Clasa a V-a

**SUBIECTUL I**

O mulțime de numere naturale  $X$  se numește *interesantă* dacă se poate împărți în două submulțimi  $Y$  și  $X \setminus Y$  astfel încât suma elementelor din  $Y$  să fie egală cu suma elementelor din  $X \setminus Y$ .

Fie  $A = \{1, 2, 3, \dots, 2010\}$ . Arătați că:

- a) Mulțimea  $B = \{2, 3, 4, 5, 6\}$  este *interesantă*.
- b) Mulțimea  $A$  nu este *interesantă*.
- c) Mulțimea  $A \setminus \{1\}$  este *interesantă*

prof. Aurel Bârsan

**SUBIECTUL II**

Fie șirul de numere naturale:

$$a_1 = 7, \quad a_2 = 12, \quad a_3 = 17, \quad a_4 = 22, \dots$$

- a) Să se scrie termenii  $a_5, a_{10}, a_{100}$  ai șirului.
- b) Să se scrie termenul  $a_n$  al șirului, unde  $n \in \mathbf{N}^*$ .
- c) Să se arate că niciunul din termenii șirului nu poate fi pătrat perfect.
- d) Să se calculeze suma primilor 2010 termeni ai șirului.

prof. Dorina Bocu

**SUBIECTUL III**

- a) Scrieți numărul 2010 ca produsul dintre un număr par și unul impar.
- b) Arătați că dacă  $a$  și  $b$  sunt numere naturale iar  $a^{2010} - b^{2010} = 2009^{2010}$ , atunci  $a + b$  este un număr impar.
- c) Exisă numere naturale  $a$  și  $b$  astfel încât  $a \cdot b = a^{2010} - b^{2010} = 2010$ ? Justificați răspunsul.

prof. Dorina Zaharia

Notă: Toate subiectele sunt obligatorii. Fiecare subiect are 7p. Timp de lucru 2 ore.